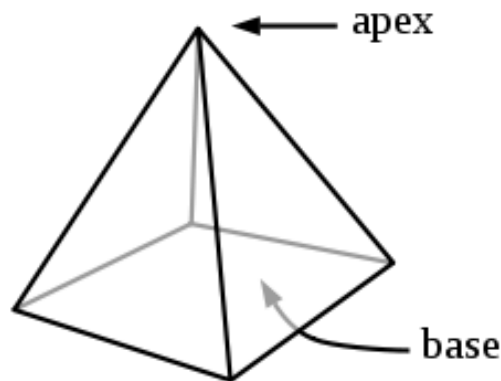


TD-3 : Loi des grands nombres, théorème central limite, intervalle de confiance

Exercice 1. Probabilités et fréquences.

Un dé pyramidal a une base (notée "1") et 4 côtés notés 2 à 5. Quand on jette le dé en l'air le résultat du jet est le chiffre C lu sur la face qui repose sur la table.

Le dé a une probabilité 0.6 de tomber sur la base. La probabilité de tomber sur chacune des 4 autres faces est la même.



1. Donner la loi de probabilité associée à la variable aléatoire C .
2. Calculer l'espérance de C .
3. Calculer la variance de C .
4. Calculer l'écart-type de C .

On jette le dé en l'air 20 fois avec le résultat suivant ("C vecteur") :

$$Cv = (1, 5, 1, 1, 3, 2, 2, 4, 2, 5, 1, 1, 1, 2, 4, 1, 5, 1, 4, 5)^T.$$

5. Quels calculs pourrait-on faire pour vérifier que ces 20 répliques de la variable aléatoire C (échantillon de tailles 20) sont cohérentes avec les probabilités trouvées en 1 ?
6. On a refait l'expérience avec un échantillon de 400 jets, cette fois-ci simulés avec un ordinateur et on obtient des fréquences de 229, 36, 39, 47, 49 pour les 5 chiffres de 1 à 5. Même question qu'en (e) avec cet échantillon. Comparer avec les conclusions tirées en à la question (e).
7. Supposez qu'on vous donne seulement les 5 nombres de la question 4, mais que vous ne connaissez pas les probabilités. Comment pourriez-vous estimer les probabilités ?
8. A votre avis que se passe-t-il si en 4 la taille de l'échantillon devient de taille 1000, 10 000 ?

Exercice 2. (Première session - Mai 2019) Représentation graphique et intervalle de confiance.

On a étudié le poids en kilogrammes des 35 joueurs professionnels de la section paloise (nom de l'équipe professionnelle de rugby de Pau), on a obtenu les résultats suivants :

120	130	114	145	108	103	102
120	114	112	120	123	109	101
110	105	106	110	108	106	95
105	85	80	87	89	83	96
98	104	105	79	83	90	90

1. Quelle est la population étudiée ?
2. Quel est le type de la variable étudiée ?
3. Quelle est la population totale ?
4. Effectuer un histogramme de ces résultats.
5. Quelle est la classe modale ?
6. Effectuer une boîte à moustaches (boxplot).
7. Commenter la forme des données.
8. On note μ et σ le poids moyen (théorique) et l'écart-type (théorique) des joueurs professionnels de rugby en France. Estimer μ et σ . Justifier.
9. Commenter la dispersion des données.
10. Déterminer un intervalle de confiance pour μ au seuil de confiance de 95%. Justifier.
11. Tester si le poids moyen d'un rugbyman professionnel en France peut être égale à 102 kilogrammes. Justifier.

Exercice 3. (Deuxième session - Juin 2019) Représentation graphique et intervalle de confiance.

Dans un centre avicole, des études antérieures ont montré que la masse d'un œuf pouvait être considérée comme la réalisation d'une variable aléatoire X de loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ . On prend un échantillon de $n = 24$ œufs que l'on pèse. Les mesures sont données (par ordre croissant) dans le tableau suivant (en gramme) :

50,34	52,62	53,79	54,99	55,82	57,67
51,41	53,13	53,89	55,04	55,91	57,99
51,51	53,28	54,63	55,12	55,95	58,1
52,07	53,30	54,76	55,24	57,05	59,30

1. Effectuer un histogramme de ces résultats.
2. Effectuer une boîte à moustaches (boxplot).
3. Estimer μ et σ . Justifier.
4. Déterminer un intervalle de confiance pour μ au seuil de confiance de 95%. Justifier.
5. Tester si la moyenne théorique de cette variable peut être égale à 56. Justifier.