

## Mathématiques 2

Master Génie Pétrolier - M1

Année 2015 - 2016

Marc Artzrouni - Jonathan Jung



### TP n° 3 : densité et réalisations d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle

La troisième séance est dédiée à l'utilisation des histogrammes et des boîtes à moustaches sous R.

#### 1 Densité d'une loi exponentielle

On considère une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$ . La densité est donc donnée par

$$f_{\lambda}(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

1. Vérifier que l'aire sous la courbe vaut 1.
2. À l'aide de la fonction `seq` créer un vecteur allant de 0 à 5 avec un pas de 0.1. Appeler-le `xv1`.
3. À l'aide de la fonction `dexp` calculer la densité `yv1` de la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 6$  aux points de `xv1`.
4. À l'aide de la fonction `plot`, tracer le vecteur `yv1` en fonction du vecteur `xv1`, c'est-à-dire la densité de la loi exponentielle pour  $\lambda = 6$  sur  $x \in [0, 5]$ .
5. À l'aide des différentes options de la fonction `plot`, tracer une ligne à la place des points, mettre la courbe en bleu, choisir pour axe des abscisses  $[0, 5]$  et pour axe des ordonnées  $[0, 6]$ .
6. En utilisant la commande `par(mfrow=c(2,1))`, tracer sur le même graphique les densités des lois exponentielles pour  $\lambda = 6$  en bleu et pour  $\lambda = 1$  en rouge.
7. Tester différentes valeurs de  $\lambda$ . Quelle est l'influence du paramètre  $\lambda$  ?

#### 2 Réalisations de variable aléatoire suivant une loi exponentielle

Nous allons maintenant simuler des réalisations d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle afin d'obtenir le même constat.

1. À l'aide de la fonction `rexp` simuler 5 réalisations d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda_1 = 6$ .
2. Tracer la courbe de la densité d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda_1 = 6$ . À l'aide de la fonction `lines`, ajouter-y les 5 réalisations obtenues à la question 1.
3. Simuler maintenant 5 réalisations d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda_2 = 1$ . Que constatez-vous ?
4. Effectuer le même graphique qu'à la question précédente pour  $\lambda_2 = 1$ .

#### 3 Histogramme et densité exponentielle

1. Générer un échantillon  $X1$  composé de  $n = 100$  réalisations d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda_1 = 6$ .
2. Tracer l'histogramme de densité de  $X1$  en prenant pour intervalles de classes `s1=seq(0, 2, by=0.05)`.
3. Ajouter sur le graphique de la question précédente, la densité de la loi exponentielle de paramètre  $\lambda_1 = 6$ . Prenez ensuite un échantillon de taille  $n = 10\,000$  pour  $X1$ , que constatez-vous ?
4. À l'aide de la densité de la loi exponentielle, calculez sur votre feuille la probabilité  $\mathbb{P}(0.2 \leq Z \leq 0.5)$  où  $Z$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 6$ .

5. Obtenez le même résultat en utilisant la fonction de répartition `pexp` de la loi exponentielle.
6. Que fournissent les commandes `h1$breaks` et `h1$density` où `h1` est l'histogramme de la question 1.
7. Calculer cette même probabilité  $\mathbb{P}(0.2 \leq Z \leq 0.5)$  à l'aide de l'histogramme `h1`. Que constate-t-on lorsqu'on augmente la taille de l'échantillon ?