L2S3 Physique Lundi 8 octobre 2012
Calcul Formel et Simulation Numérique

Deuxiéme contrôle continu
Durée totale : 1 heure

Les calculatrices, téléphones portables, baladeurs et documents sont interdits.
Le barême est donné à titre indicatif et pourra être modifié.
Prenez le temps de bien rédiger et réfléchir... Bon courage !

Premier exercice (7 points)

On considère un projectile qui part du point $(0,0)$ et arrive au point $(8,0)$. Il y a deux trajectoires possibles : le tir tendu et le tir en cloche. Dans le cas du tir tendu, la trajectoire passe par les points $(2,0.50)$, $(4,0.70)$, $(6,0.50)$. Dans le cas du tir en cloche, la trajectoire passe par les points $(2,1.50)$, $(4,2.00)$, $(6,1.50)$. On suppose que le projectile est assimilé à un point.

1) (0.5 point) Faire un dessin.

2.) (0.5 point) On considère une personne modélisée par le segment $[(5,0),(5,1.80)]$. Compléter le dessin.

3) (0.5 point) Pensez-vous que la personne est touchée par le tir tendu ? (justifier)

4) (1.5 point) La personne est-elle touchée par le tir en cloche, si l'on considère une interpolation linéaire ? (justifier par un calcul)

5) (3 points) La personne est-elle touchée par le tir en cloche, si l'on considère une interpolation cubique ? (justifier par un calcul)
(Indication : $1.80 = \frac{9}{5} = \frac{72}{40}$)

6) (1point) Laquelle des solutions vous parait la plus acceptable, sachant que la trajectoire est pratiquement parabolique ? (justifier)

7) (Bonus : 1 point) Quelle méthode (rectangles à droite, rectangles à gauche, trapèzes, Simpson) vous semble la plus appropriée pour évaluer l'aire sous la courbe correspondant au tir en cloche ? Pourquoi ?

Deuxième exercice (9 points)

On souhaite utiliser différentes méthodes d'intégration numérique pour évaluer

$$\int_1^2 \frac{1}{x}dx.$$

1) (1 point) Utiliser la formule des rectangles à gauche (en utilisant les 3 points d'abscisse $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$) pour évaluer cette intégrale.

2) (1 point) Utiliser la formule des rectangles à droite (en utilisant les 3 points d'abscisse $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$) pour évaluer cette intégrale.

3) (2 points) Utiliser la formule du point milieu (en utilisant les 3 points d'abscisse $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$) pour évaluer cette intégrale.

4) (2 points) Utiliser la formule des trapèzes (en utilisant les 3 points d'abscisse $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$) pour évaluer cette intégrale.

5) (2 points) Utiliser la formule de Simpson (en utilisant les 3 points d'abscisse $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$) pour évaluer cette intégrale.

6) (1 point) Calculer la valeur exacte de cette intégrale. Quelle est la meilleure approximation ? (Indication : $\ln(2) \approx 0.6931471806$, $\frac{5}{6} \approx 0.8333333333$, $\frac{24}{35} \approx 0.6857142857$, $\frac{7}{12} \approx 0.5833333333$, $\frac{25}{36} \approx 0.6944444444$, $\frac{17}{24} \approx 0.7083333333$.)

Troisième exercice (4 points)

Décrire un algorithme utilisant la formule de Simpson pour calculer une approximation de $\displaystyle\int_0^\pi \frac{1}{1+\sin(x)}dx$, en utilisant 6 intervalles ($N = 6$). On utilisera la Table 1.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\frac{1}{1+\sin(x)}$	1	0.6667	0.5359	0.5	0.5359	0.6667	1

Table 1 – la fonction $\frac{1}{1+\sin(x)}$